

## Percorso “Matematica dinamica: numeri e figure con la piegatura della carta”

a.s. 2018-19

Il progetto, proposto in collaborazione con l'Ufficio Scolastico Ambito Territoriale di Bergamo, intende fornire - con riferimento alle indicazioni e alle linee guida nazionali - occasioni di approfondimento disciplinare e di aggiornamento sulla didattica laboratoriale nell'apprendimento - insegnamento della matematica.

Per un apprendimento significativo e stabile delle proprietà di figure, piane e tridimensionali, e dei numeri è fondamentale la loro visualizzazione e manipolazione mentale. Questi processi si attivano soprattutto attraverso attività manipolative concrete come è quella della piegatura della carta.

Manipolazioni che impegnano gli studenti nella coordinazione oculo-manuale, nell'analisi della sequenza delle pieghe o dei passi della costruzione conducendoli in modo naturale alla riflessione su concetti e relazioni spaziali come la simmetria, la congruenza, la perpendicolarità, il parallelismo.

Inoltre le attività laboratoriali basate su questo tipo di manipolazioni stimolano lo studente, partendo dalla costruzione e dall'osservazione, alla formulazione di congetture e alla produzione di argomentazioni.

**Queste le proposte per l'a.s. 2018/19:**

1. **Corso - Laboratorio “Numeri e figure con la piegatura della carta” per il primo ciclo.**
2. **“Laboratori itineranti di Geometria origami per il primo e secondo ciclo”.**

Inoltre proseguiranno anche nell'a.s. 2018/19 gli incontri del **Laboratorio di Matematica dinamica per il primo ciclo con la partecipazione degli insegnanti che hanno aderito all'iniziativa già nel corso del 2017.**

Referente del progetto: Antonio Criscuolo, email: [antonio.criscuolo@unibg.it](mailto:antonio.criscuolo@unibg.it)

Di seguito vengono riportati i dettagli delle due proposte.

## 1. Corso - Laboratorio per il primo ciclo d'istruzione

### ***Numeri e figure con la piegatura della carta***

*Progetto MatNet-CQIA*

*a.s. 2018-19*

Il progetto, proposto in collaborazione con l'UST di Bergamo, intende fornire - con riferimento alle indicazioni e alle linee guida nazionali - occasioni di approfondimento disciplinare e di aggiornamento sulla didattica laboratoriale nell'apprendimento - insegnamento della matematica.

Il corso-laboratorio è basato sulla realizzazione, manipolazione e analisi di oggetti matematici reali - costruiti con la piegatura della carta.

La piegatura della carta consente di costruire oggetti geometrici alla scoperta, in modo diretto e intuitivo, di numerosissime proprietà geometriche e numeriche costituendo così un vero e proprio strumento concettuale per apprendimenti significativi e stabili.

Il corso si rivolge agli insegnanti di matematica della scuola secondaria di primo grado e, in un'ottica di curriculum verticale, ad insegnanti della primaria che intendono introdursi alla geometria della piegatura della carta nella normale attività didattica.

Sono previsti cinque incontri al giovedì con attività plenarie e lavoro per gruppi tematici e/o di ordine scolastico.

I partecipanti avranno inoltre anche la possibilità di partecipare ad ulteriori incontri laboratoriali gratuiti per la progettazione di attività laboratoriali e l'approfondimento della tecnica origami per la didattica. Si potranno inoltre programmare interventi presso le scuole per sperimentare con le classi attività laboratoriali progettate in collaborazione con gli insegnanti.

#### **Relatori e conduttori del corso**

Il corso sarà tenuto dal prof. Antonio Criscuolo, dall'esperto di origami geometrico Francesco Decio e da docenti del Laboratorio di Matematica dinamica del Centro MatNet esperti di Geometria origami.

#### **Durata, calendario e modalità di partecipazione**

Il corso si svilupperà in cinque incontri per complessive **10 ore**, che si svolgeranno presso l'Università di Bergamo, nella sede di via dei Caniana, al giovedì nel periodo settembre – novembre 2018 dalle 16:30 alle 18:30: **27 settembre, 4, 18 e 25 ottobre, 8 novembre.**

La partecipazione al corso è gratuita e verrà rilasciato l'attestato di partecipazione.

Per aderire compilare, *entro il 25/9/2018*, il modulo online al seguente [link](#).

Saranno accolte le prime trenta domande pervenute. Per maggiori informazioni scrivere a [matnet@unibg.it](mailto:matnet@unibg.it)

## ALLEGATO DESCRITTIVO DEL PROGETTO:

### ***Numeri e figure con la piegatura della carta***

Corso - Laboratorio per il primo ciclo d'istruzione

*Progetto MatNet-CQIA*

*a.s. 2018-19*

*Per un apprendimento significativo e stabile delle proprietà di figure, piane e tridimensionali, e dei numeri è fondamentale la loro visualizzazione e manipolazione mentale. Questi processi si attivano soprattutto attraverso attività manipolative concrete come è quella della piegatura della carta.*

*Manipolazioni che impegnano gli studenti nella coordinazione oculo-manuale, nell'analisi della sequenza delle pieghe o dei passi della costruzione conducendoli in modo naturale alla riflessione su concetti e relazioni spaziali come la simmetria, la congruenza, la perpendicolarità, il parallelismo.*

*Inoltre le attività laboratoriali basate su questo tipo di manipolazioni stimolano lo studente, partendo dalla costruzione e dall'osservazione, alla formulazione di congetture e alla produzione di argomentazioni.*

### **Obiettivi del corso**

- Conoscere ed applicare elementari tecniche origami per la costruzione di figure piane e solide.
- Riflettere e sperimentare su come trattare concetti e metodi matematici con modalità laboratoriali basate sulla piegatura della carta.
- Conoscere ed utilizzare la piegatura della carta come ambiente d'apprendimento e strumento per attività laboratoriali.

### **Programma del corso**

#### *Strumenti e tecniche*

- L'ambiente d'apprendimento della piegatura della carta: la tecnica di piegatura, tipi di pieghe, gli assiomi della geometria origami.

#### *La geometria della piegatura della carta*

L'origami consente di scoprire (o riscoprire) proprietà e concetti geometrici in modo diretto, intuitivo e coinvolgente. Assi, bisettrici, poligoni, simmetrie e trasformazioni geometriche si possono realizzare con la piegatura di un foglio di carta piuttosto che con la riga e il compasso della geometria euclidea, ma in modo egualmente rigoroso. Ma la geometria della piegatura della carta consente anche il passaggio alla terza dimensione con la realizzazione di solidi come prismi, piramidi e poliedri regolari.

*Attività di aritmetica e di geometria piana con la piegatura della carta.*

- Le costruzioni geometriche fondamentali
- Numeri interi, frazioni, numeri razionali e irrazionali.
- Il concetto di potenza.
- Congruenza di figure piane, congruenza diretta e inversa.
- Il triangolo equilatero, il triangolo rettangolo isoscele, i triangoli rettangoli  $30^\circ$ -  $60^\circ$ .
- Parallelogrammi e poligoni regolari.
- Trasformazioni geometriche.
- Il Teorema di Talete.
- La similitudine.
- Il teorema di Pitagora.
- Equivalenza di figure piane e Tangram.
- Misure di perimetri ed aree.

*Attività di geometria dello spazio con la piegatura della carta*

- Costruzione di poliedri, prismi, piramidi e di poliedri regolari.
- Elementi e proprietà caratteristiche dei poliedri e concetto di regolarità.
- Equivalenza di poliedri.
- Misure dell'estensioni superficiale e dei volumi di poliedri.

## **2. Laboratori itineranti di Geometria Origami: “Geometria tra le pieghe”**

*La geometria della piegatura della carta consente di visualizzare - in modo diretto e intuitivo - gli oggetti, i concetti e le proprietà della geometria euclidea. Per il suo carattere costruttivo e manipolativo è adatta ad attività laboratoriali per tutti i livelli scolastici: una modalità d'apprendimento, che coinvolge lo studente ne stimola la percezione visivo-spaziale e lo abitua alla sequenzialità, alla concentrazione e alla riflessione.*

### **Modalità di svolgimento dei laboratori**

In tutti i laboratori, della durata di circa 90 minuti, gli studenti sono guidati nella realizzazione di semplici modelli origami, anche di tipo ludico, per andare poi alla scoperta delle loro proprietà geometriche o delle proprietà delle figure geometriche che la piegatura crea sul foglio.

Costruito il modello gli studenti sono coinvolti in una discussione di classe che li conduce ad identificare elementi significativi, individuare simmetrie, descrivere, denominare, classificare o anche definire l'oggetto geometrico a seconda del livello scolastico. Per diverse attività la discussione di classe è centrata sulla risoluzione di una situazione problema.

I laboratori possono essere proposti sia come esperienza introduttiva allo studio dell'argomento sia come esperienza conclusiva di un percorso di studio.

## Per la scuola primaria

### ***“La geometria delle figure con l’origami” per classi terze, quarte e quinte.***

Gli studenti realizzano alcuni semplici modelli origami di tipo ludico per andare poi alla scoperta delle loro proprietà geometriche o delle proprietà delle figure geometriche costituite dalle tracce che la piegatura crea sul foglio.

I concetti e le figure intorno a cui ruotano le attività del laboratorio sono gli angoli, la perpendicolarità, l’angolo retto, il parallelismo, le simmetrie, i triangoli, i quadrilateri, i poligoni regolari e i poliedri.

I diversi laboratori, sostanzialmente indipendenti tra loro, possono essere proposti anche in un percorso strutturato su più incontri. I modelli origami, le costruzioni con la piegatura della carta, i temi e i concetti geometrici da trattare, come lo stesso livello di approfondimento e le modalità di conduzione dell’attività, sono scelti insieme all’insegnante della classe.

Di seguito si riportano i titoli dei laboratori più frequentemente proposti.

- Poligoni e stelle con la piegatura della carta.
- Perimetri e aree: figure piane con tessere origami.
- Tassellazioni del piano e dello spazio con tessere origami.
- Figure solide e scatole origami.

## Per la scuola secondaria di primo grado

### ***1. “La geometria dei poligoni con l’origami”***

Gli studenti realizzano dei semplici modelli origami, prevalentemente di tipo ludico, per andare poi alla scoperta delle loro proprietà geometriche, o delle proprietà delle figure geometriche che si creano con la piegatura del foglio. Le attività del laboratorio coinvolgono i seguenti oggetti e concetti geometrici: perpendicolarità e angolo retto, parallelismo, simmetrie, asse, bisettrice, triangoli, parallelogrammi e loro classificazione. Prendendo spunto da alcuni dei modelli realizzati si propongono anche situazioni problema di carattere numerico legate ai concetti di frazione e di potenza.

### ***2. “Il teorema di Pitagora e i teoremi di Euclide con la piegatura della carta”.***

Il laboratorio prende spunto dalla leggenda della scoperta del teorema di Pitagora e conduce alla realizzazione di diversi semplici modelli origami: dal caso particolare dei triangoli rettangoli isosceli, alla costruzione di terne pitagoriche sino alla dimostrazione del teorema attraverso la piegatura di un foglio quadrato. Nel percorso laboratoriale trovano inoltre spazio una costruzione della spirale di Teodoro degli irrazionali generale e la realizzazione di un modello che consente la contemporanea visualizzazione del teorema di Pitagora e dei due teoremi di Euclide.

### ***3. “Geometria dei formati della carta e similitudine”***

Il laboratorio tratta il tema del formato standard A0-A10, cui appartiene il foglio A4 comunemente utilizzato per fotocopiatrici e stampanti, e delle sue proprietà geometriche legate al rapporto delle sue dimensioni che è  $1:\sqrt{2}$ . La discussione di classe relativa a quest’attività consente di trattare oltre alla similitudine, anche rilevanti questioni numeriche, come il concetto di rapporto e l’irrazionalità di  $\sqrt{2}$ . La seconda parte del laboratorio è dedicata al formato  $1:\sqrt{3}$  e ad alcune sue notevoli applicazioni come la costruzione di una scatola a base triangolare equilatera dalle interessanti proprietà geometriche. Le attività del laboratorio si prestano ad essere proposte sia come esperienza introduttiva allo studio degli argomenti sia come esperienza conclusiva di un percorso di studio.

#### 4. ***“I poliedri regolari con l’origami”***

Il laboratorio tratta il tema dei poliedri regolari attraverso la costruzione, con la piegatura della carta, di un cubo e di un tetraedro regolare per andare alla scoperta delle loro proprietà geometriche e più in generale di quelle dei poliedri regolari. Nel corso del laboratorio si realizzerà l’inclusione di un tetraedro regolare in un cubo con la scoperta di inaspettate proprietà geometriche e del rapporto tra i volumi dei due poliedri regolari.

#### 5. ***“Un tassello piramidale per costruire poliedri”***

Nel laboratorio si piegherà un particolare tetraedro, e la sua copia speculare, costituito da facce triangolari rettangole, due isosceli congruenti e due scalene sempre congruenti.

Componendo questi tetraedri si ottiene una varietà di piramidi e prismi i cui volumi, aree e lunghezze sono in semplici relazioni con quelle dei tetraedri componenti.

La discussione di classe conduce gli studenti a stabilire relazioni di congruenza ed equivalenza tra poliedri ed utilizzarle per il calcolo di volumi ed aree, visualizzare simmetrie e sezioni piane di solidi.

#### **Per la scuola secondaria di secondo grado**

Per la scuola secondaria di secondo grado si propongono i laboratori n. 3 ***“Geometria dei formati della carta e similitudine***, n. 4 ***“I poliedri regolari con l’origami”*** e n. 5 ***“Un tassello piramidale per costruire poliedri”*** che, con un approccio e un livello di approfondimento adeguato al livello scolastico, si prestano ad essere utilizzati come esperienza introduttiva allo studio della similitudine il primo, allo studio della geometria dello spazio il secondo e il terzo.

#### **Costi del progetto**

Per la realizzazione dei laboratori - che saranno tenuti da docenti e tutor del Laboratorio Matematica dinamica di MatNet e da un esperto di origami geometrico e si svolgeranno presso le sedi delle scuole interessate - è previsto un contributo di 70 € per laboratorio-classe comprensivo dei materiali necessari all’attività.

Le richieste di ulteriori informazioni e di adesione ai laboratori vanno rivolte al Centro MatNet-CQIA scrivendo all’indirizzo [matnet@unibg.it](mailto:matnet@unibg.it) con oggetto: **Laboratori itineranti di Geometria Origami.**